REAKCJA HYDRODYNAMICZNA STRUMIENIA NA NIERUCHOMĄ PRZESZKODĘ.

Reakcją hydrodynamiczną nazywa się siłę, z jaką strumień cieczy działa na przeszkodę /zaporę / ustawioną w jego linii działania. W technicznych zastosowaniach mechaniki płynów jest również stosowana nazwa siły hydrodynamicznej. Całkowity napór hydrodynamiczny strumienia jest sumą geometryczną naporów elementarnych wywieranych na zaporę przez poszczególne cząstki cieczy poruszającej się masy ciekłej.

Do rozważań, mających na celu określenie wielkości reakcji hydrodynamicznej wprowadza się następujące założenia:

- wydatek /natężenie przepływu / strumienia jest stały,
-wektory prędkości w dowolnym przekroju poprzecznym strumienia są identyczne,
- strumień porusza się w ośrodku nie wywierającym wpływu na przebieg zjawiska,
-zaniedbuje się siły tarcia pomiędzy spływającym strumieniem a powierzchnią płytki,
-pomija się siły ciężkości działające na elementy cieczy .

WPROWADZENIE.

Zasada pędu i krętu (ilości ruchu i momentu ilości ruchu) pozwala na określenie wypadkowych oddziaływania ciała stałego na płyn lub odwrotnie, przy ich wzajemnym ruchu. Metoda pędu umożliwia także sprawdzenie wyników osiągniętych na innych drogach rachunkowych i doświadczalnych.

Jak wiadomo pęd jako zależność przedstawiona jako

$$p = m \cdot c$$

ulega zmianom w zależności od wielkości masy i prędkości.

Zakładając , że $m = const$, wartość pędu jest funkcją jedynie zmiany prędkości. A zatem, zgodnie z zasadą pędu, jego zmianę spowoduje impuls siły zewnętrznej P w czasie t

$$P \cdot t = m(c_2 - c_1)$$

gdzie

$c_1 -$ *prędkość początkowa*

$c_2 -$ prędkość końcowa

$$P \cdot t = m(c_2 - c_1) /: t$$

$$P = \frac{m}{t}(c_2 - c_1)$$

lub

$$P = \dot{m}(c_2 - c_1)$$

gdzie $\dot{m}$ oznacza strumień masy

Zakładając , że gęstość cieczy jest stała ($\rho = const$), można napisać

$$P = \rho\dot{V}(c_2 - c_1)$$

$\dot{V} -$ strumień objętościowy

Zgodnie z trzecią zasadą dynamiki Newtona, reakcja R cieczy na przeszkodę jest równa sile zewnętrznej P , ale jest przeciwnie skierowana $\vec{R} = -\vec{P}$ zatem

$$\boldsymbol{R = \rho\dot{V}(c_1 - c_2)}$$

Zakładając, że w przedziale czasu od 0 do t, (kiedy prędkość ulega zmianie od c_1 do c_2) siła $P = const$, możemy napisać,

$$\vec{R} = \rho\dot{V} (\vec{c_1} - \vec{c_2})$$

Przechodząc do działań algebraicznych i ograniczając się do prostych przypadków, w których siłę R daje się określić przez dwie, wzajemne prostopadłe składowe, w płaskim prostopadłym układzie współrzędnych (x, y) składowe reakcji hydrodynamicznej wynoszą:

$$R_x = \rho\dot{V} (c_{1x} - c_{2x})$$

$$R_y = \rho\dot{V} (c_{1y} - c_{2y})$$

gdzie: c_{1x}, c_{2x}, c_{1y}, c_{2y} oznaczają składowe odpowiednich prędkości na osie układu współrzędnych. Ostatecznie:

$$\boldsymbol{R} = \sqrt{\boldsymbol{R}_x^2 + \boldsymbol{R}_y^2}$$

Można więc powiedzieć, że zmiana ilości ruchu masy w jednostce czasu może nastąpić tylko pod wpływem działania sił zewnętrznych.

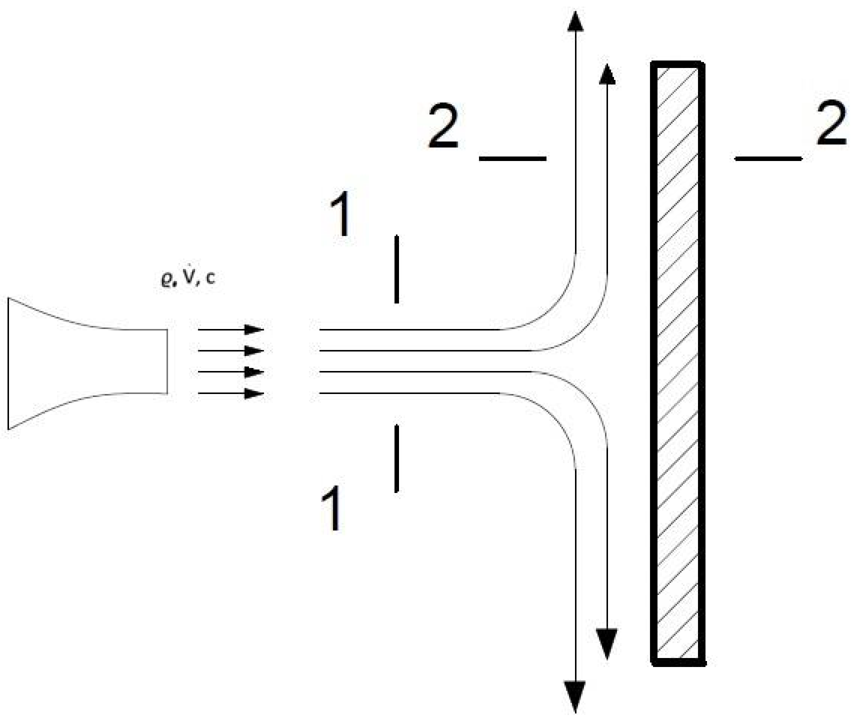
Przy ruchu ustalonym prędkość, z jaką poruszają się cząstki cieczy w danym punkcie oraz przekrój strumienia pozostają te same, napór hydrodynamiczny wywołany jest najczęściej zmianą kierunku prędkości w dopływającym i odpływającym strumieniu.

Poniżej zostaną omówione najbardziej charakterystyczne przypadki powstawania reakcji hydrodynamicznej.

1. REAKCJA NA PŁASKĄ ŚCIANĘ NIERUCHOMĄ .

Swobodny strumień o przekroju F uderza o nieruchomą ściankę płaską ustawioną prostopadle do jego osi.

Zakładając, że $|\vec{c}| = |\vec{c_1}| = |\vec{c_2}|$ można zapisać

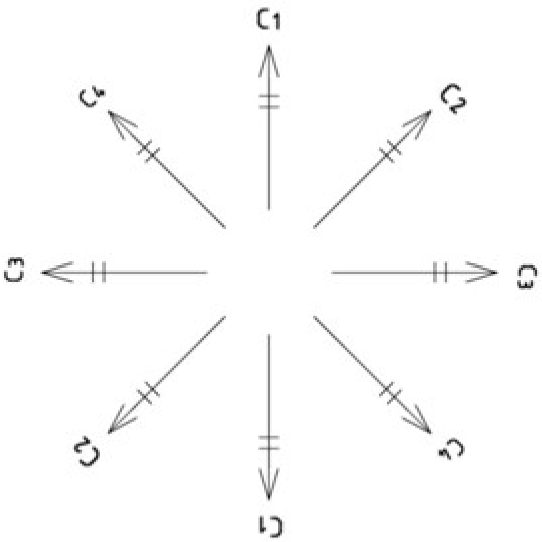


Rys. 1. Ścianka płaska.

$$R_x = \rho \dot{V} (c_{1x} - c_{2x}) \qquad c_{1x} = c \,, \quad c_{2x} = 0$$

$$\boldsymbol{R_x = \rho \dot{V} c}$$

Zakłada się również, że po uderzeniu o ścianę strumień dzieli się symetrycznie względem osi x czyli, że prędkości poszczególnych elementów cieczy zostają promieniowo rozstrzelone w płaszczyźnie płytki rys. 2. (twierdzenie o prędkościach rozstrzelonych). Przyjęcie tego założenia umożliwia wcześniejsze poczynione założenie o pominięciu siły grawitacji. W związku z tym suma geometryczna pędów cząstek cieczy jest równa zero , rozpływających się wzdłuż płytki .



Rys. 2. Twierdzenie o prędkościach rozstrzelonych.

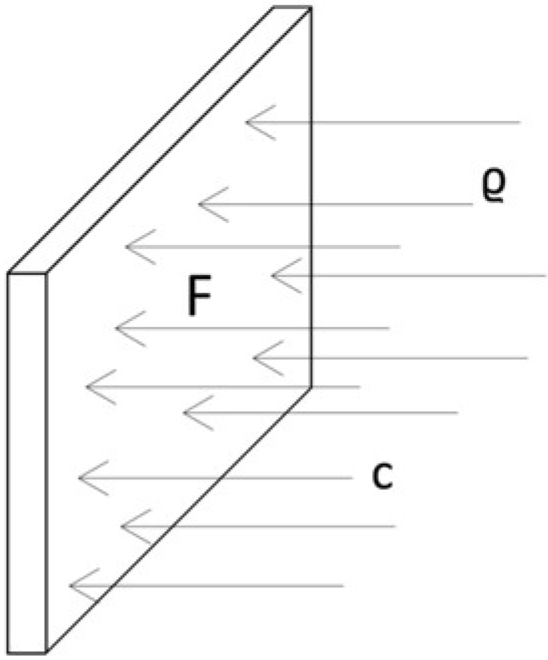
czyli składowa pionowa wyniesie

$R_Y = \rho \dot{V} (c_{1y} - c_{2y})$ $c_{1y} = 0, \; c_{2y} = 0$ a zatem $\boldsymbol{R_y}$**= 0**

zaś reakcja

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R_X} = \boldsymbol{\rho \dot{V} c}$$

Ten przypadek może być wykorzystany np. w budownictwie, do obliczenia naporu wiatru na ścianę ,szybę itp. o pow. $F -$ rys.3



Rys. 3. Napór wiatru na ściankę.

Ponieważ strumień napływający na rozpatrywaną ścianę płaską wynosi $\dot{V} = F \cdot c$ to reakcja od niego

$$\boldsymbol{R = \rho F c^2}$$

Jeżeli do powyższego wyrażenia wprowadzimy wysokość prędkości, która odpowiada teoretycznej wysokości napełniania zbiornika ponad oś otworu wypływowego

$$h = \frac{c^2}{2g} \qquad \text{to} \qquad R = 2\rho g h F$$

można więc powiedzieć że:

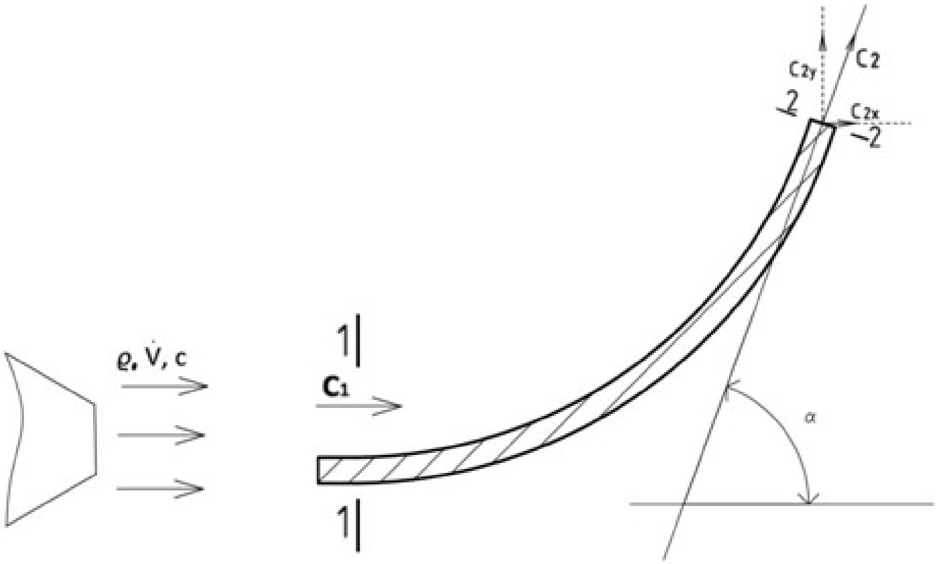
Napór hydrodynamiczny wywierany przez masę płynącej cieczy jest dwa razy większy od naporu hydrostatycznego .

2. REAKCJA NA ŚCIANĘ ZAKRZYWIONĄ .

Przy poczynionych wcześniej założeniach (przepływ bez strat) prędkość strumienia napływającego stycznie na płytkę zakrzywioną pod kątem α zmienia kierunek, natomiast jej bezwzględna wartość pozostaje stała :

$$\overrightarrow{|c|} = |\overrightarrow{c_1}| = |\overrightarrow{c_2}|$$

przy czym c oznacza prędkość cieczy u wylotu z dyszy



Rys. 4. Ścianka zakrzywiona

Składowe reakcji wywieranej przez strumień na płytkę

$$R_x = \rho\dot{V}(c_{1x} - c_{2x}),$$

$$R_y = \rho\dot{V}(c_{1y} - c_{2y}).$$

ponieważ

$c_{1x} = c, \qquad c_{2x} = c\ cos\alpha\ ,$ $\qquad c_{1y} = 0\ , \qquad c_{2y} = c\ sin\alpha$

$R_x = \ \rho\dot{V}\ (\ c - c\ cos \propto)$ $\qquad R_y = \ \rho\dot{V}\ (\ 0 - \ c\ sin \propto)$

$R_x = \rho\dot{V}c(1 - cos\alpha)$ $\qquad R_y = -\ \rho\dot{V}c\ sin\alpha$

Całkowita reakcja

$$R = \sqrt{{R_x}^2 + {R_y}^2} = \ \rho\dot{V}c\ \sqrt{2(1 - cos\alpha)}$$

$$\boldsymbol{R = 2\ \rho\ \dot{V}c\ sin\, {}^{\alpha}\!/_{2}}$$

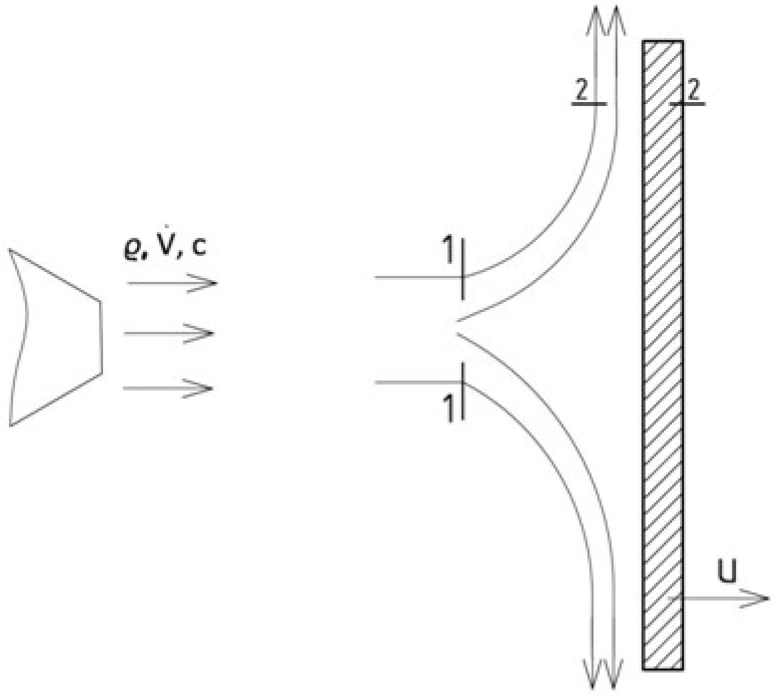
3. REAKCJA NA ŚCIANĘ PŁASKĄ RUCHOMĄ – prostopadłą do kierunku strumienia.

założenia

$\overrightarrow{|c|} = |\overrightarrow{c_1}| = |\vec{c}_2|$,

$c \parallel u$

$c > u$



Rys. 5. Ścianka płaska ruchoma.

Strumień uderza o płaszczyznę z prędkością względną $c - u$. Wydatek płynu ulegający zmianie pędu (kierunku) jest różny od pełnego wydatku strumienia $\dot{V} = F \cdot c$ i wynosi $\boldsymbol{\dot{V}' = F(c - u)}$.

Podobnie jak przy płytce nieruchomej, obowiązuje twierdzenie o prędkościach rozstrzelonych ,czyli całkowita reakcja:

$$R = R_x = \rho\,\dot{V}'\,(\text{c} - u) \qquad (R_y = 0)$$

$$R = \rho F (c - u)^2$$

$$\dot{V} = F \cdot c \quad \rightarrow \quad F = \frac{\dot{V}}{c}$$

$$R = \rho \dot{V} \frac{(c-u)^2}{c}$$

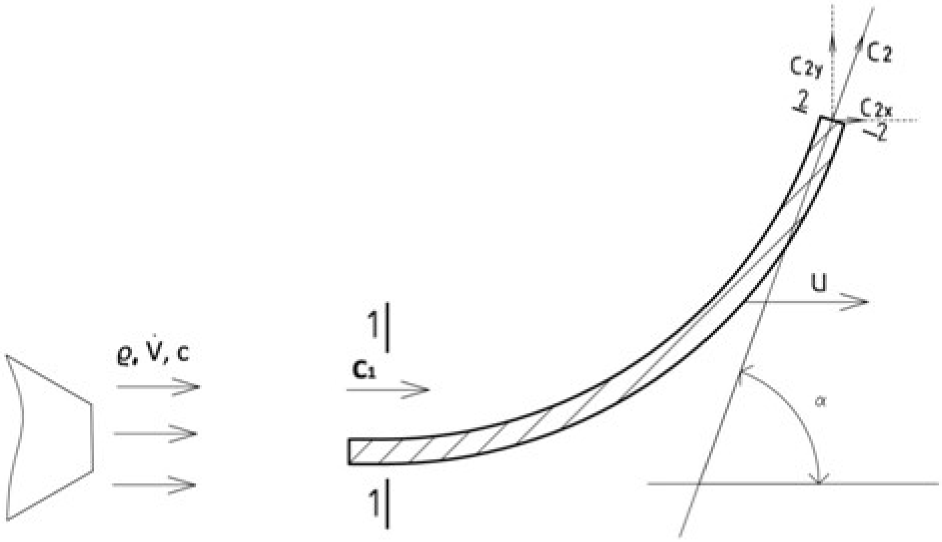
Dla przypadku, kiedy przeszkoda (płyta) porusza się w kierunku strumienia cieczy, względna prędkość wyniosłaby $c + u$, zaś reakcja

$$R = \rho \dot{V} \frac{(c+u)^2}{c}.$$

4. REAKCJA NA ŚCIANĘ RUCHOMĄ ZAKRZYWIONĄ.

$$|\vec{c}| = |\vec{c_1}| = |\vec{c_2}|$$

$$u < c$$



Rys. 6. Ścianka zakrzywiona ruchoma.

$$R_x = \rho \dot{V} \frac{(c-u)^2}{c} (1 - cos\alpha),$$

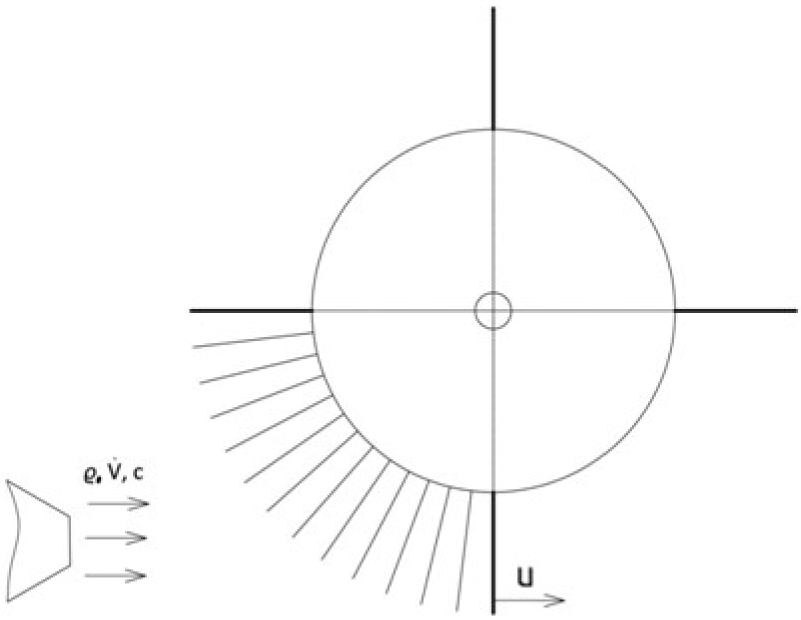
$$R_y = -\rho \dot{V} \frac{(c-u)^2}{c} sin\alpha,$$

$$R = 2\rho \dot{V} \frac{(c-u)^2}{c} \; sin\, {}^{\alpha}/_{2}$$

5. KOŁO WODNE.

Wyobraźmy sobie ,że na kole zamontowano nieskończoną ilość łopatek (płaskich płytek ustawionych radialnie). Nieskończona ilość przeszkód powoduje, że pomimo oddalania się łopatek z prędkością u palisada łopatek przejmuje cały pęd strumienia, założenie to gwarantuje prostopadłe ustawienie każdej płytki wchodzącej w kontakt ze strumieniem.

zał. $z = \infty$



Rys. 7. Koło wodne.

A zatem reakcja hydrodynamiczna wyniesie :

$$R = \rho\dot{V}(c-u)$$

Jak widać jest to iloczyn całkowitego wydatku i prędkości względnej. Koło wodne należy do urządzeń technicznych zwanych silnikami, które dokonują zamiany dowolnego rodzaju energii na energię mechaniczną. Wielkością charakteryzującą silnik jest jego moc. W wypadku koła wodnego jest ona równa iloczynowi reakcji hydrodynamicznej i prędkości unoszenia (prędkości oddalania się łopatek)

$$N = R_x \cdot u = \rho\,\dot{V}\,(\,c-u\,)\,u$$

czyli $$N = f\,(u\,)$$

Aby wyliczyć największą moc koła należy obliczyć pierwszą pochodną względem prędkości i przyrównać ją do zera.

$$\frac{dN}{du} = 0$$

$$\frac{d[(c-u)u]}{du} = 0$$

$\frac{d}{du} = 0$ dla $c = 0$ $(\, wtedy\ silnik\ nie\ obraca\ się \,)$

$\frac{d}{du} = 0$ dla $u = \frac{c}{2} = u_{opt}$]

A zatem : kolo osiąga maksimum mocy, gdy prędkość liniowa obracającego się koła na linii działania strumienia jest dwukrotnie mniejsza od prędkości strumienia, $u = \frac{c}{2}$.

$$N_{max} = N_{dla\ u = u\ opt}$$

$$N_{max} = \rho\dot{V}\frac{c}{2}\left(c - \frac{c}{2}\right),$$

$$\boldsymbol{N_{max} = \rho\dot{V}\frac{c^2}{4}}$$

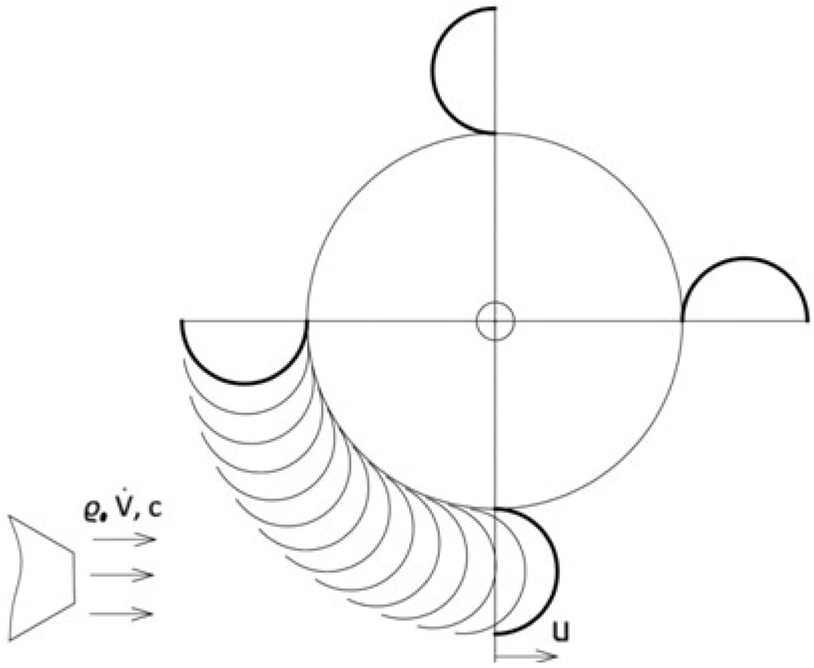
Wskaźnikiem przydatności silnika dla celów użytkowych jest jego sprawność. W przypadku koła wodnego sprawność jest definiowana ilorazem mocy maksymalnej do mocy strumienia cieczy (szybkości zmiany energii kinetycznej). Maksymalna sprawność koła wodnego przy założeniu ∞ liczby łopatek i pominięciu strat więc wynosi

$$\boldsymbol{\eta = \frac{N_{max}}{\dot{E}_k} = \frac{\rho\dot{V}\frac{c^2}{4}}{\rho\dot{V}\frac{c^2}{2}} = 0,5\ \ (50\%)}$$

Otrzymano teoretyczną sprawność koła wodnego (silnika wodnego) . W rzeczywistości sprawność takiego silnika wodnego nie przekracza wartości 20 % .

6. TURBINA PELTONA.

Jest to silnik wodny, który wyposażony jest w łopatki zakrzywione. Do rozważań przyjmuje się, że ilość zakrzywionych łopatek jest nieskończenie duża, oraz, że (podobnie jak w przypadku koła wodnego) $u_{op} = \frac{c}{2}$.



Rys. 8. Koło wodne – ścianki zakrzywione.

$$R_x = \rho\dot{V}(c_1 - c_2)$$

$$c_1 = (c - u)$$

$$c_2 = (c - u)cos\alpha$$

$$R_x = \rho\dot{V}(c - u)(1 - cos\alpha)$$

Pracę wykonuje tylko obwodowa składowa reakcji R_x , zatem moc określa wyrażenie

$$N = R_x \cdot u = \rho\,\dot{V}\,u\,(c - u)(1 - \cos\propto)$$

dla $u = \frac{c}{2}$

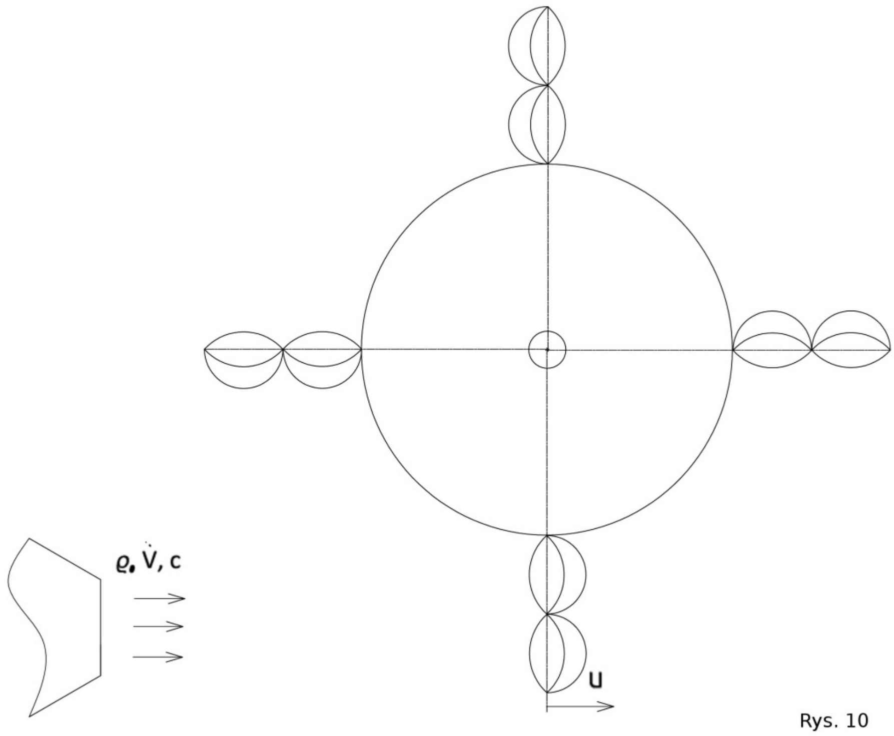
$$N = \rho \dot{V} \frac{c}{2} \left(c - \frac{c}{2}\right) (1 - cos\alpha)$$

$$N = \rho \dot{V} \frac{c^2}{4} (1 - cos\alpha)$$

Z ostatniego równania wynika, że dla ustalonych warunków na dopływie ($\dot{V}$, c) wartość mocy zależy od kąta zagięcia łopatek.

Moc maksymalna zostanie więc uzyskana dla kąta $\propto = 180^0$, (cos 180^0 = -1) ;

$$\boldsymbol{N_{max} = \rho \dot{V} \frac{c^2}{4} [1 - (-1)] = \rho \dot{V} \frac{c^2}{2}}$$



Rys. 9. Turbina Peltona (koło wodne).

A zatem maksymalna moc uzyskana dla $u = \frac{c}{2}$ oraz $\alpha = 180^0$ jest równa całkowitej mocy strumienia. W przypadku teoretycznym idealny silnik Peltona wyposażony w nieskończoną ilość łopatek zagiętych pod kątem 180^0 osiąga więc sprawność

$$\boldsymbol{\eta = \frac{N_{max}}{\dot{E}_K} = \frac{\rho \dot{V} \frac{c^2}{2}}{\rho \dot{V} \frac{c^2}{2}} = 100\%}$$

W praktyce kąt zagięcia łopatek turbiny Peltona wynosi około 156^0, co umożliwia wyprowadzenie „ zużytego” strumienia cieczy poza obręb dopływu. Ponadto prędkość unoszenia wynosi $u = 0{,}45c$, składowa promieniowa reakcji $R_y \neq 0$ a ilość łopatek jest skończona. W rezultacie sprawność nie przekracza zwykle wartości 90 %.

Rys. 10. Turbina Peltona.

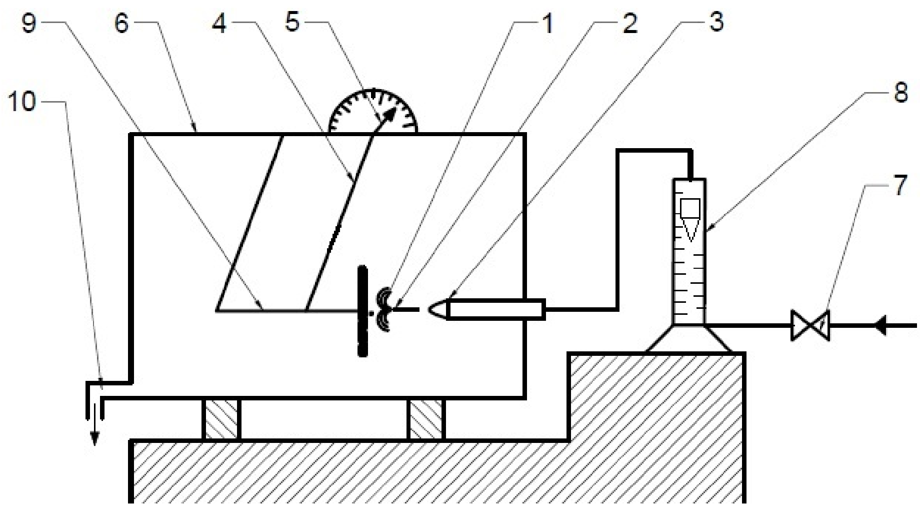
Z

PRZEBIEG ĆWICZENIA.

Celem ćwiczenia jest doświadczalne określenie reakcji z jaką oddziaływuje strumień wody na płytkę a następnie porównanie otrzymanych wyników z wartością uzyskaną na drodze teoretycznej.

Zależność między siłami ciężkości i kątem wychylenia układu a reakcją strumienia wyznacza się w oparciu o zasadę prac przygotowanych, która mówi nam o tym ,że wychylenie ruchomego układu masowego jest wprost proporcjonalne do siły działającej na ten układ. Czyli jeżeli mamy układ masowy i spowodujemy jego wychylenie to znając kąt wychylenia oraz masy poszczególnych elementów można wyznaczyć jego reakcję.

Wychylenie układu (kąt) jest funkcją siły reakcji strumienia na płytkę oraz sił ciężkości prętów pionowych m_{pr} ,sił ciężkości płytki m_p i sił ciężkości łączników $m_ł$.



Rys. 12. Schemat stanowiska pomiarowego.

1.Płytka. 2. Strumień wody. 3. Dysza. 4. Układ prętowy. 5. Wskaźnik kątowy (kątomierz). 6. Obudowa. 7. Zawór. 8. Rotametr. 9. Łącznik. 10. Odpływ wody.

Przesunięcie przygotowane odpowiadające:

Sile ciężkości prętów pionowych m_{pr}

$$\delta_{y1} = -\frac{l}{2} sin\alpha\, d\alpha$$

Sile ciężkości płytki z łącznikiem ($m_p - m_ł$)

$$\delta_{y2} = -lsin\alpha\, d\alpha$$

Sile reakcji R

$$\delta_x = -lcos\alpha\, d\alpha$$

Równanie sumy prac przygotowanych

$$-2m_{pr}g\frac{l}{2}sin\alpha\ d\alpha-\left(m_p+\ m_ł\right)gl\ sin\alpha\ d\alpha+Rl\ cos\alpha\ d\alpha=0$$

Po przekształceniach

$R=\left(m_{pr}+m_ł+m_p\right)g\cdot tg\alpha\ \ [N]$

Gdzie:

R – reakcja hydrodynamiczna wyliczona na podstawie pomiarów mas i kąta wychylenia α

$m_{pr}=0.01705\ [kg]$ - masa pręta pionowego

$m_p=\ 0.0669\ \ \ [kg]$ – masa płytki

$m_ł=\ 0.04525\ [kg]$ – masa łącznika

$\alpha\ [\ \ \ ^0]$ – kąt wychylenia układu

g= 9.81 $[m/s^2]$

Wartość reakcji hydrodynamicznej obliczona przy pomocy wzoru

.

$$R_{obl}=\rho\dot{V}c$$

Po podstawieniu

$$\dot{V}=F\cdot c=\frac{\pi d^2}{4}\cdot c\ \ \rightarrow c=\frac{4\dot{V}}{\pi d^2}$$

Dla płaskiej płytki ustawionej prostopadle do kierunku ruchu strumienia przyjmuje postać

$$R_{obl}=\rho\ \ \frac{4\dot{V}^2}{\pi d^2}\ \ [N]$$

Gdzie:

$d=0.004\ [m]$

$\rho=1000\ [kg/m^3]$

Błąd względny oblicza się z zależności

$$\mathcal{E}=\frac{R_{obl}-R}{R_{obl}}\cdot 100[\%]$$

METODYKA I PRZEBIEG POMIARÓW.

W ramach ćwiczenia należy wykonać pomiary wydatku strumienia uderzającego o płytkę oraz odpowiadającego temu wydatkowi kąta wychylenia układu przegubowego, do którego przymocowana jest płytka. Wydatek strumienia mierzony jest rotametrem.

Należy odkręcić zawór wody dopływającej i regulując nim wydatek strumienia zmieniać kąt wychylenia układu. Pomiary wykonuje się dla wartości kąta, które wskaże prowadzący ćwiczenia. Dla każdej wartości kąta pomiar wydatku przeprowadza się 3 – krotnie i oblicza się wydatek średni. Ponieważ wskazania rotametru obarczone są błędem rzeczywiste wartości wydatku należy odczytać z wykresu przedstawiającego zależności wydatku rzeczywistego od odczytanego na skali rotametru (rys.12) . Wyniki wpisuje się do tablicy pomiarowo - obliczeniowej. Uzyskaną doświadczalnie wartość reakcji R_{obl} jak również obliczenie błędu względnego wyznacza się z równań podanych powyżej.

Sprawozdanie powinno zawierać:

1. Cel ćwiczenia
2. Schemat stanowiska
3. Obliczenia wartości reakcji hydrodynamicznej, obliczeniowej oraz w oparciu o zasadę prac przygotowanych
4. Obliczenie błędu pomiaru
5. Wnioski

Opracował:

Wojciech Knapczyk,

Marian Mikoś.

Literatura: Instrukcja – Wyznaczenie reakcji hydrodynamicznej. Katedra Maszyn i Urządzeń Energetycznych AGH

Bukowski J. : Mechanika Płynów . PWN. Warszawa 1976.

Walden H.: Mechanika płynów. Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej. Warszawa 1983.